

3. Problemas opcionales

3.1 Sea $H(n)$ el espacio vectorial real de todas las matrices complejas $n \times n$ hermitianas de traza 0.

- (a) ¿Cuál es la dimensión de $H(n)$ sobre \mathbb{R} ?
- (b) Pruebe que las matrices de Pauli $E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $E_2 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$ y $E_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ forman una base para $H(2)$.

3.2 Dos jugadores A y B toman turnos para lanzar una moneda. El ganador del juego será el primero que obtenga águila. Suponiendo que A tiró primero, calcule la probabilidad de que gane B.

3.3 Evalúe la siguiente integral usando el método de los residuos:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$$

3.4 Sea ℓ una recta en \mathbb{R}^3 . Pruebe que $\mathbb{R}^3 \setminus \ell$ no es homeomorfo a \mathbb{R}^3 .